

Визначення поняття моделі

Співвідношення між моделлю та об'єктом

Модель – це представлення об'єкта системи, або поняття в деякій формі, відмінній від реального існування.

Модель є засобом який допомагає в поясненні, розумінні, або удосконаленні системи. Модель може бути точною копією об'єкта (хоч в іншому масштабі, або з інших матеріалів) або відображати деякі характерні властивості об'єкта в абстрактній формі. Тому модель це інструмент для прогнозування наслідків при дії вхідних сигналів на об'єкт.

Всі моделі це спрощені уявлення реального світу, або абстракції, що мають в собі більшу, або меншу долю припущень.

Подібність моделі з об'єктом характеризується ступенем схожості, для того щоб модель була повністю схожа, вона повинна задовольняти дві умови:

- Повинна існувати взаємно-однозначна відповідність між елементами моделі та об'єктом.
- Повинні бути збережені точні співвідношення між елементами.

Більшість моделей подібні лише за формою, це є результатом спрощення, або абстракції.

Класифікація моделей

Залежно від характеру властивостей, які відображає модель, вони бувають:

- функціональні – відображають властивості та процеси.
- структурні – відображають будову.

За способом відображення моделей:

- теоретичні – базуються на основі математичних описів.
- формальні – виходячи з дослідів (практики).

Також розрізнять: лінійні та не лінійні.

Залежно від множини значень: неперервні та дискретні.

За формою зв'язків між виходом та входом:

- алгоритмічні – працюють за певним алгоритмом.
- аналітичні - працюють за певною математикою.

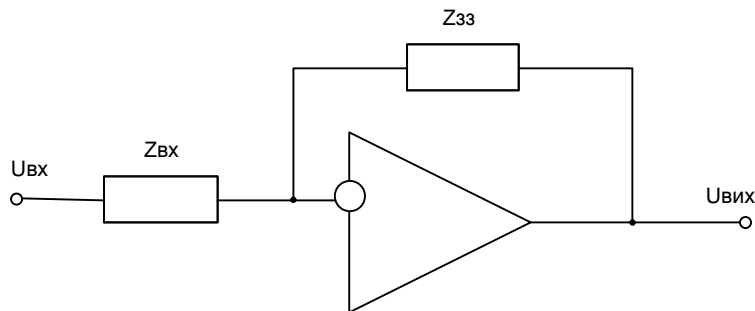
Залежно від вигляду рівнянь: статичні та динамічні (є процедура диференціювання).

Вимоги до моделі

1. Однозначна залежність, що описує об'єкт.
2. Максимальна відтворюваність об'єкта.
3. Простота побудови.
4. Можливість опису моделі у табличній, аналітичній, або графічній формі.

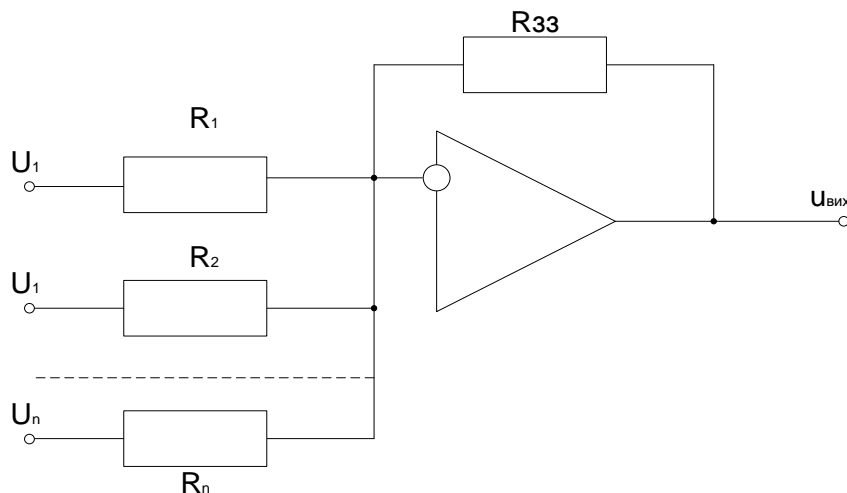
Аналогове моделювання

Аналогове моделювання – полягає в тому, що фізичні процеси представляються аналоговими величинами за допомогою операційних підсилювачів. В якості аналогової величини на вході і виході ОП використовується напруга.



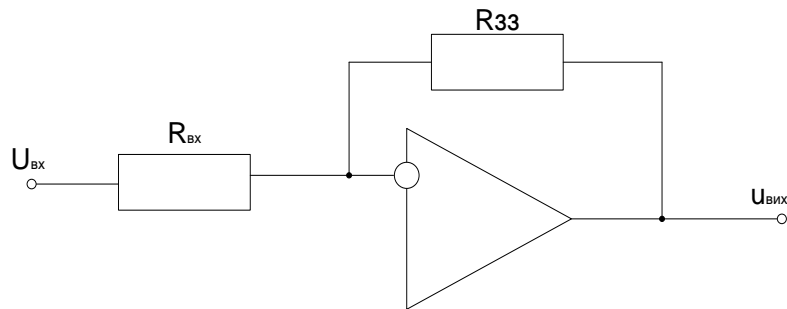
$$W_{\text{оп}}(p) = \frac{U_{\text{вих}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = -\frac{Z_{\text{зз}}}{Z_{\text{вх}}};$$

1. Суматор.



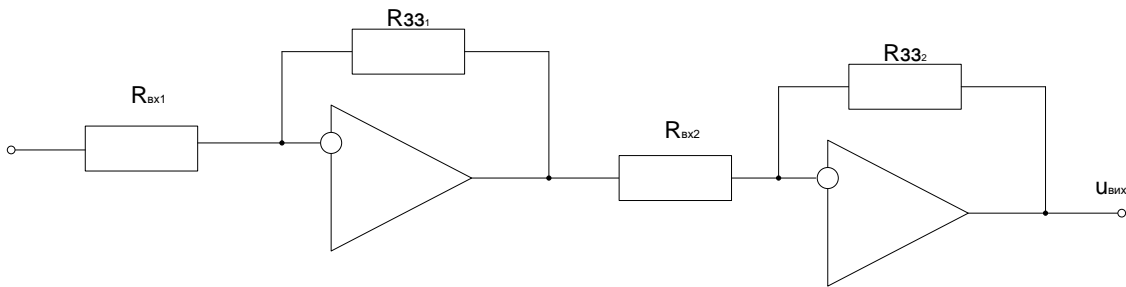
$$U_{\text{Вих}} = - \left(\frac{R_{33}}{R_1} \cdot U_1 + \frac{R_{33}}{R_2} \cdot U_2 + \dots + \frac{R_{33}}{R_n} \cdot U_n \right);$$

2.Інвертор



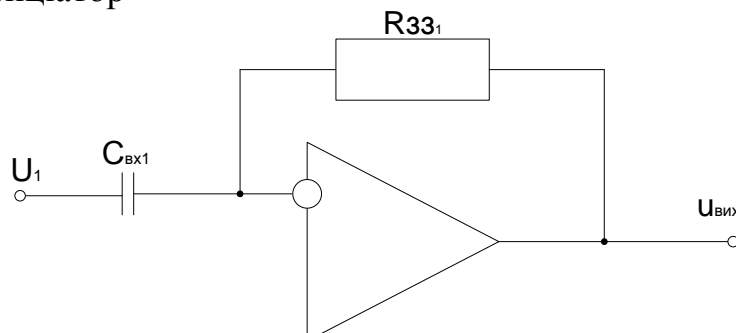
$$W(p) = - \frac{R_{33}}{R_{\text{ВХ}}};$$

3.Підсилювач



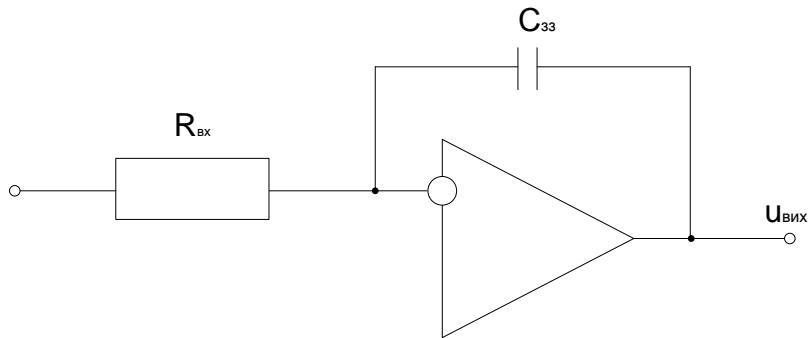
$$W(p) = \frac{R_{331}}{R_{\text{ВХ1}}} \cdot \frac{R_{332}}{R_{\text{ВХ2}}};$$

4.Диференціатор



$$W(p) = -C_{\text{ВХ}} \cdot R_{33} \cdot p ;$$

5.Інтегратор



$$W(p) = -\frac{1}{C_{33} \cdot R_{\text{ВХ}} \cdot p} ;$$

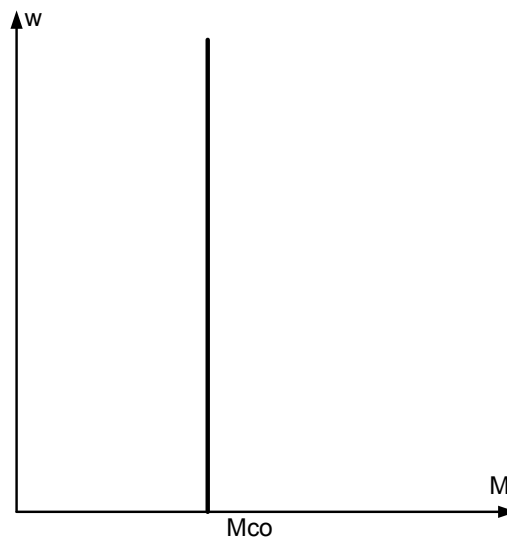
Моделювання статичного моменту

Будь-які механізми в електроприводі представляють моментом статичного навантаження (статичний момент). Змінюючи форму цього моменту ми можемо моделювати різні механізми.

Розрізняють такі групи механізмів:

1. Механізми у яких статичний момент не залежить від швидкості обертання.

$$M_c(\omega) = M_{c0} .$$



Механічні передачі сухе тертя.

Таку характеристику навантаження створюють елементи сухого тертя, опору, передачі та різноманітні реактивні моменти які мають лінійну залежність.

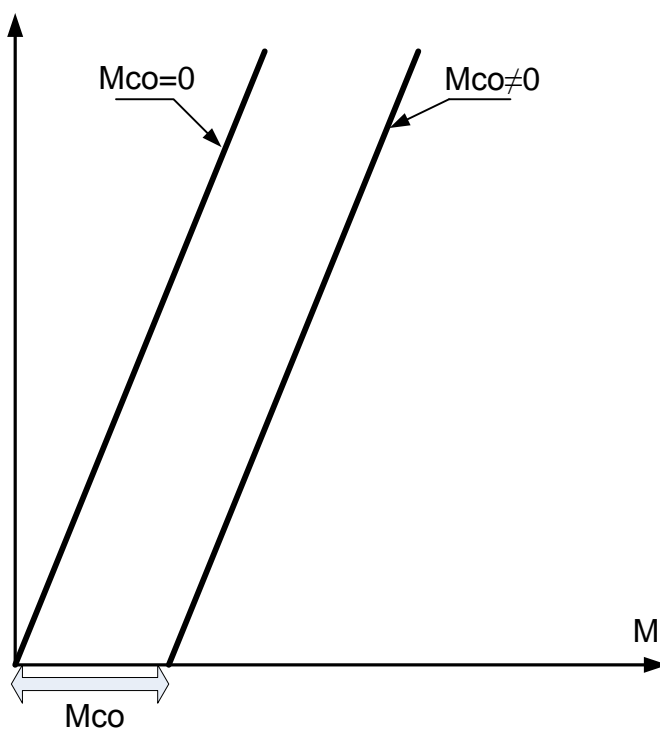
2. Механізми статичні моменти яких лінійно залежать від швидкості обертання.

$$M_c(\omega) = M_{co} + (M_{сн} - M_{co}) \frac{\omega_c}{\omega_{сн}}.$$

M_{co} – момент навантаження при холостому ході.

$M_{сн}$ – момент навантаження при номінальній швидкості обертання.

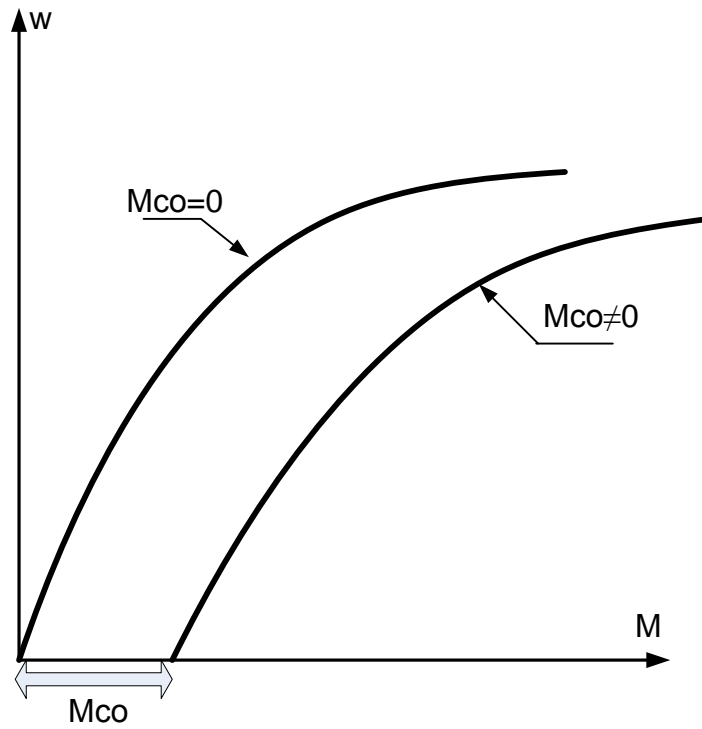
$\omega_{сн}$ – номінальна швидкість обертання механізму.



ГПС при роботі на активне навантаження

3. Механізми з вентиляторним характером навантаження

$$M_c(\omega) = M_{co} + (M_{сн} - M_{co}) \left(\frac{\omega_c}{\omega_{сн}} \right)^p.$$



$p = 2$ – вентиляторний;

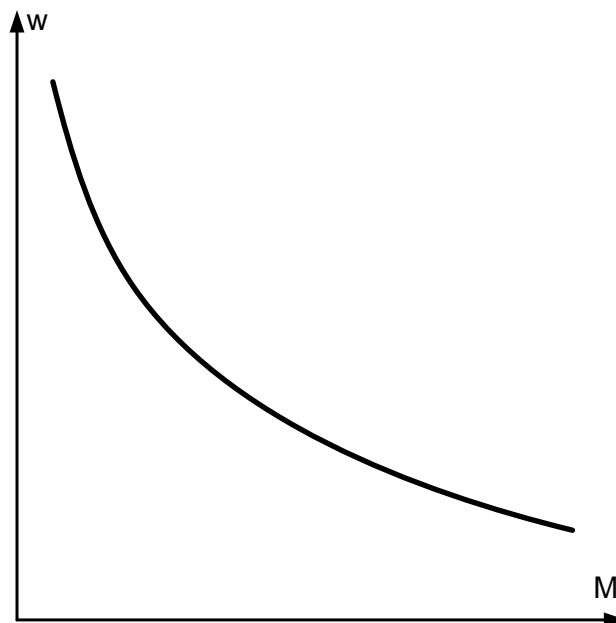
$p = 2 \div 2,5$ – компресор;

$p = 3 \div 4$ – насос;

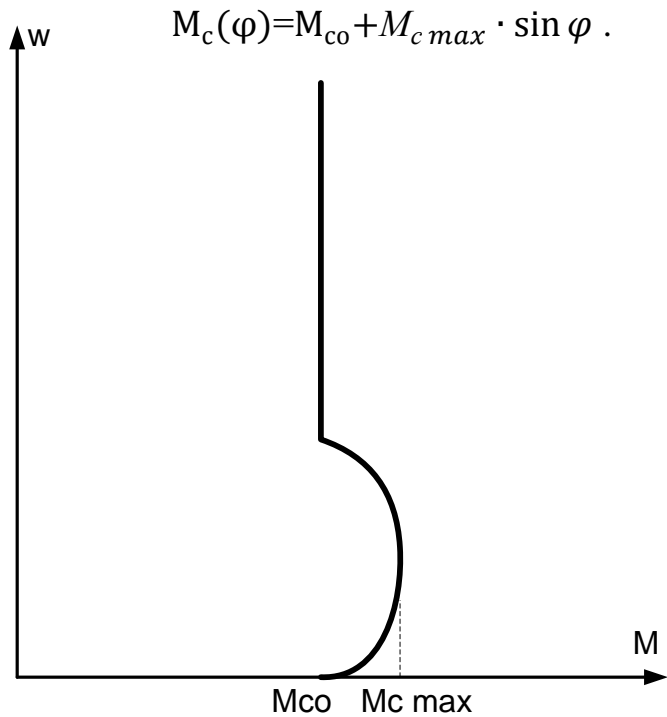
$p = 5 \div 7$ – дробарка.

4. металорізальні верстати, токарні станки, конвеєр

$$M_c(\omega) = M_{co} + (M_{ch} - M_{co}) \left(\frac{\omega_c}{\omega_{ch}} \right)^{-1}$$



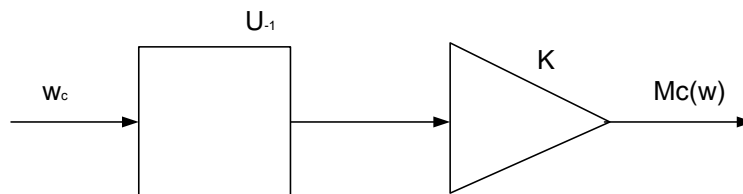
5. Ножиці, прес.



Розглянемо приклад побудови комп'ютерної моделі моменту навантаження для четвертого випадку:

$$M_c(\omega) = M_{c0} + (M_{cH} - M_{c0}) \omega_{cH} \cdot (\omega_{cH})^{-1} .$$

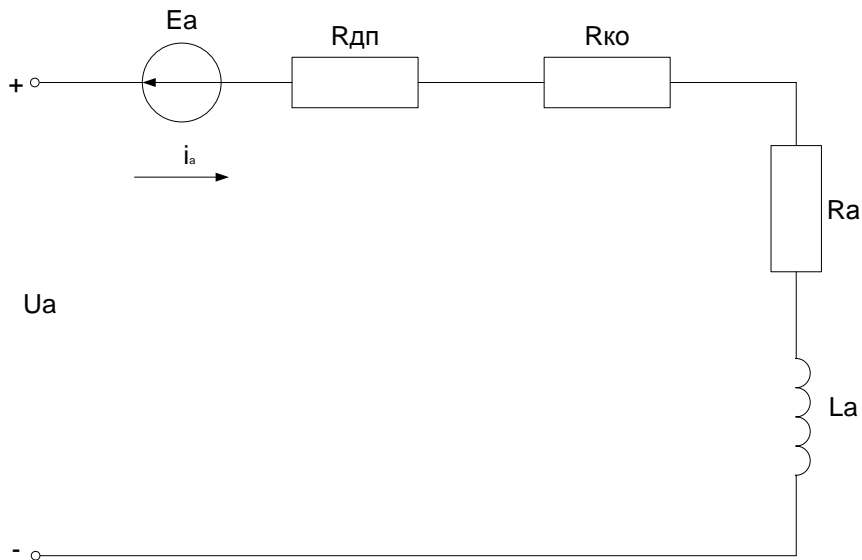
$$M_c(\omega) = k \cdot \omega_c^{-1} , \quad k = M_{c0} + (M_{cH} - M_{c0}) \omega_{cH} .$$



Моделювання ДПС незалежного збудження

Припущення при моделюванні:

- Відсутня реакція якоря.
- Нехтуємо вихровими струмами та пере магніченням.
- Нехтуємо насиченням магнітної системи.
- Нехтуємо пульсаціями напруги на щітковому контакті.



U_a – напруга живлення двигуна;
 E_a – ЕРС кола якоря;
 i_a – струм кола якоря;
 $R_{ко}$ – активний опір компенсаційної обмотки;
 R_a, L_a – активний опір та індуктивність кола якоря.

$$U_a(t) = E_a(t) + i_a(t)R_{\partial n} + i_a(t)R_{ко} + i_a(t)R_a + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt}. \quad (2.1)$$

$$U_a(t) = E_a(t) + (R_{\partial n} + R_{ко} + R_a)i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt}. \quad (2.2)$$

Використаємо перетворення Лапласа для (2.2)

$$R_{\partial n} + R_{ко} + R_a = R_{\Sigma} \quad (2.3)$$

Операція диференціювання змінюється операцією множення на “ p ”,
 а операція інтегрування змінюється операцією ділення на “ p ”.

$$U_a(p) = E_a(p) + R_{\Sigma}i_a(p) + L_a p \cdot i_a(p). \quad (2.4)$$

$$U_a(p) - E_a(p) = R_{\Sigma}(i_a(p) + \frac{L_a}{R_{\Sigma}}p \cdot i_a(p)). \quad (2.5)$$

$T_e = \frac{L_a}{R_{\Sigma}}$ – електромагнітна стала часу

$$i_a(p) = \frac{U_a(p) - E_a(p)}{R_{\Sigma}(1 + T_e p)} \quad (2.6)$$

$$i_a(p) = \frac{1/R_\Sigma}{1+T_e p} (U_a(p) - E_a(p)) \quad (2.7)$$

$$E_a(t) = k\Phi_H \cdot \omega(t) \quad (2.8)$$

$$E_a(p) = k\Phi_H \cdot \omega(p) \quad (2.9)$$

Основне рівняння руху:

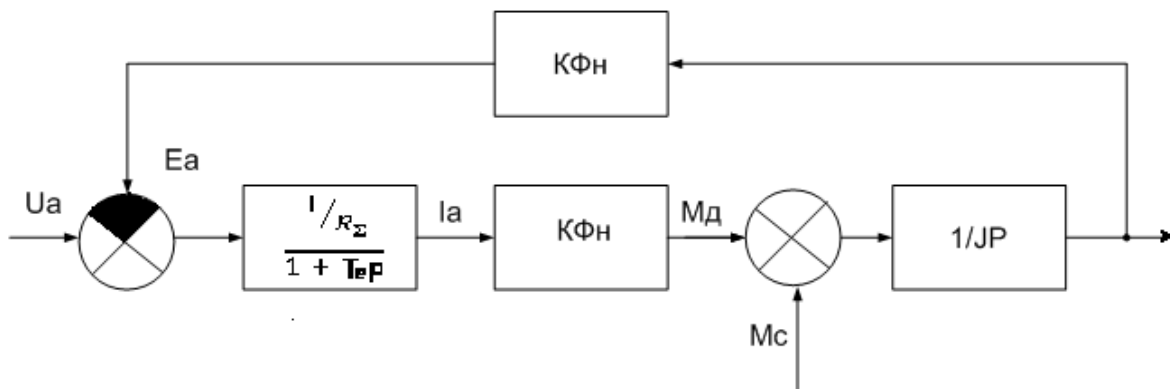
$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_\delta(t) - M_c(t) \quad (2.10)$$

$$Jp \cdot \omega(p) = M_\delta(p) - M_c(p) \quad (2.11)$$

$$J\omega(p) = \frac{1}{Jp} \cdot (M_\delta(p) - M_c(p)) \quad (2.12)$$

$$M_\delta(t) = k\Phi_H i(t) \Rightarrow M_\delta(p) = k\Phi_H i(p) \quad (2.13)$$

На основі математичної моделі яка представляється виразами: (2.7), (2.9), (2.10), (2.13) побудуємо структурну схему ДПС НЗ.



Із (2.9) знаходимо номінальне значення магнітного потоку.

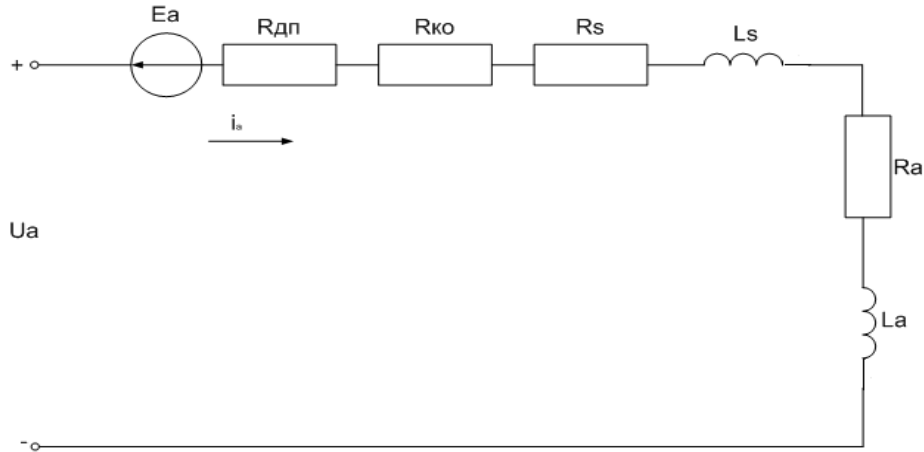
$$E_a(p) = k\Phi_H \cdot \omega(p) \Rightarrow k\Phi_H = \frac{E_{aH}}{\omega_H} \quad (2.14)$$

$$(2.2) \quad E_{aH} = U_{aH} - R_\Sigma \cdot i_{aH} \quad (2.15)$$

$$(2.2) \quad (2.14) \Rightarrow \frac{U_{aH} - R_\Sigma \cdot i_{aH}}{\omega_H} = k\Phi_H \quad (2.16)$$

$$\omega [rad/c] = \frac{2\pi}{60} \cdot n [об/хв] \quad (2.17)$$

Регулювання ДПС послідовного збудження



$$U_a(t) = E_a(t) + i_a(t)R_{ко} + i_a(t)R_{дп} + i_a(t)R_s + L_s \cdot \frac{di_s(t)}{dt} + i_a(t)R_a + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} \quad (3.1)$$

$$U_a(t) = E_a(t) + (R_{дп} + R_{ко} + R_a + R_s)i_a(t) + (L_a + L_s) \cdot \frac{di_a(t)}{dt} \quad (3.2)$$

$$R_{\varepsilon} = R_{дп} + R_{ко} + R_a + R_s \quad (3.3)$$

$$L_{\varepsilon} = L_a + L_s \quad (3.4)$$

Перетворимо перетворення Лапласа з виразу 3.2:

$$U_a(p) - E_a(p) = R_{\Sigma}i_a(p) + L_{\varepsilon}p \cdot i_a(p) \quad (3.5)$$

$$U_a(p) - E_a(p) = R_{\Sigma} \left(\frac{L_a}{R_{\Sigma}} p + 1 \right) \cdot i_a(p) \quad (3.6)$$

$$\frac{L_a}{R_{\Sigma}} = T_e \quad (3.7)$$

$$i_a(p) = \frac{1}{T_e p + 1} U_a(p) - E_a(p) \quad (3.8)$$

$$E_a(t) = k\Phi_H \cdot \omega(t) \quad (3.9)$$

$$E_a(p) = k\Phi_H \cdot \omega(p) \quad (3.10)$$

Криву магнітного потоку задають для кожного типу двигуна для використання її в моделюванні потрібно отримати її аналітичний вираз, одним із методів апроксимації можна представити поліномом 4- порядку:

$$k\Phi_H = a + b \cdot i_a^* + c \cdot i_a^{*2} + d \cdot i_a^{*3} + e \cdot i_a^{*4} \quad (3.11)$$

a,b,c,d,e,- коефіцієнти апроксимації

Для моделювання будемо користуватись кривою намагнічування з 3.11:

$$a=-0,0066; \quad b=1,5; \quad c=-0,63; \quad d=0,1269; \quad e=-0,0098;$$

$$k\Phi_H = \frac{k\Phi_H(p)}{k\Phi_H}; \quad i_a(p) = \frac{i_a(p)}{i_H}; \quad (3.14)$$

Основне рівняння динаміки:

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_d(t) - M_c(t) \quad (3.15)$$

$$Jp \cdot \omega(p) = M_d(p) - M_c(p) \quad (3.16)$$

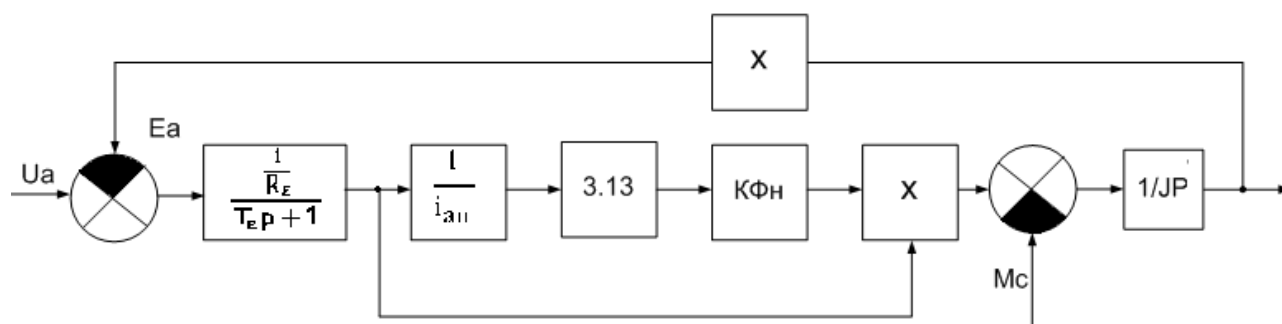
-знайдемо швидкість обертання:

$$\omega(p) = \frac{1}{Jp} \cdot (M_d(p) - M_c(p)) \quad (3.17)$$

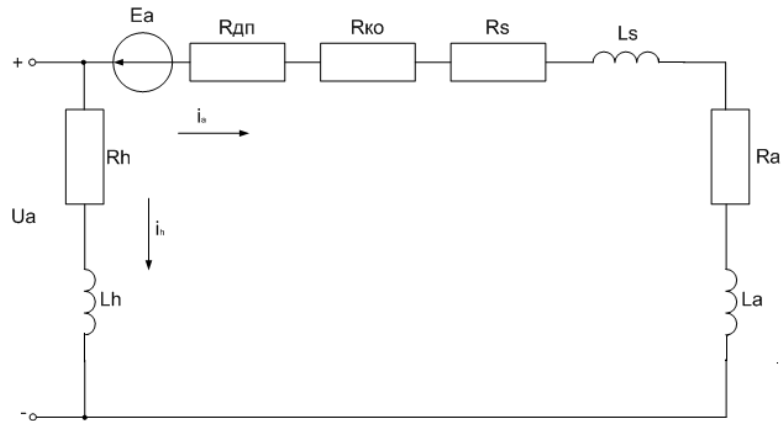
$$M_d(t) = k\Phi(t) \cdot i(t) \quad (3.18)$$

$$M_d(p) = k\Phi(p) \cdot i(p) \quad (3.19)$$

Вирази 3.8 , 3.10, 3.13, 3.14, 3.17, 3.19 є математичною моделю ДПС ПЗ . Побудуємо структурну схему двигуна:



ДПС змішаного збудження



$$U_a(t) = i_h(t) \cdot R_h + L_h \frac{di_h(t)}{dt} \quad (3.20)$$

$$U_a(t) = E_a(t) + R_\varepsilon i_a(t) + L_\varepsilon \frac{di_a(t)}{dt}, \quad (3.21)$$

$$i_a = i_h + i_a, \quad (3.22)$$

$$E_a(t) = \kappa \Phi(t) \cdot i_a(t), \quad (3.23)$$

$$\kappa \Phi(t) = \kappa \Phi_s(t) + \kappa \Phi_h(t), \quad (3.24)$$

$$\kappa \Phi_{SH} = 0.19 \kappa \Phi_H, \quad (3.25)$$

$$\kappa \Phi_{hH} = 0.81 \kappa \Phi_H, \quad (3.26)$$

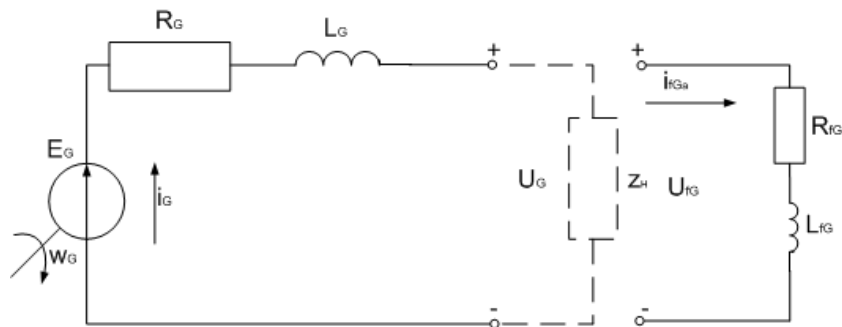
$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_d(t) - M_c(t), \quad (3.27)$$

$$\omega(p) = \frac{1}{Jp} \cdot (M_d(p) - M_c(p)), \quad (3.28)$$

$$M_d(t) = \kappa \Phi(t) \cdot i_a(t), \quad (3.29)$$

Генератори постійного струму

Побудуємо електричну схему генератора:



U_{fg} - напруга збудження генератора

ω_g - кутова швидкість генератора

R_g, L_g - опір та індуктивність генератора

i_{fga} - струм збудження

E_g - е. р. с. генератора

При подачі напруги збудження і кутової швидкості обертання у результаті чого утворюється основне магнітне поле ,яке в результаті взаємодії обмотки якоря наводить ЕРС в полі якоря. Якщо обмотку якоря замкнута на навантаження то під дією цієї ЕРС в полі якоря потече струм I_g .З урахуванням падіння напруги на активних і індуктивних складових , ЕРС генератора перетворюється на напругу.

Запишемо рівняння Кірхгофа для кола збудження:

$$U_{fg}(t) = i_{fg} \cdot R_{fg} + L_{fg} \frac{di_{fa}(t)}{dt} , \quad (4.1)$$

$$U_{fa}(p) = i_{fa} \cdot R_{fa} + L_{fa} \cdot i_{fa}(p) , \quad (4.2)$$

$$U_{fa}(p) = R_{fg} \cdot \left(\frac{L_{fg}}{R_{fg}} p + 1 \right) \cdot i_{fa}(p) , \quad (4.3)$$

$$\frac{L_{fg}}{R_{fg}} = T_{fg} \text{-постійна стала часу обмотки збудження генератора}$$

$$E_g(p) = a + b \cdot i_{fg}^*(t) + c \cdot i_{af}^{*2}(t) + d \cdot i_{af}^{*3}(t) + e \cdot i_a^{*4}(t) \quad (4.5)$$

$$i_g^*(t) = \frac{i_{fg}(t)}{i_{fgH}}, \quad (4.6)$$

$$E_g^*(t) = \frac{E_{fg}(t)}{E_{gH}}, \quad (4.7)$$

$$E_a(t) = i_g(t) \cdot z_H + i_g(t) \cdot R_g + L_g \frac{di_g(t)}{dt} \quad (4.8)$$

$$U_g(t) = i_g(t) \cdot z_H \quad (4.9)$$

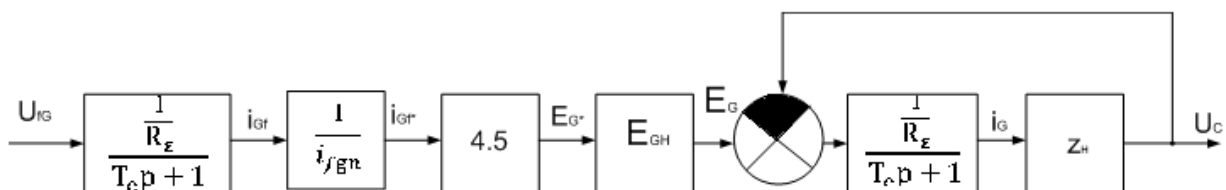
$$E_g(p) = U_g(p) + i_g(p) \cdot R_g + L_g(p) \cdot i_g(p) \quad (4.10)$$

$$E_g(p) = U_g(p) + R_g \left(\frac{L_g}{R_g} p + 1 \right) \cdot i_g(p) \quad (4.11)$$

$\frac{L_g}{R_g} = T_e$ - електромагнітна стала часу

$$i_g(p) = \frac{1}{T_e p + 1} U_a(p) - E_a(p) \quad (4.12)$$

Система рівнянь 4.4, 4.5, 4.12 є математичною моделлю генератора постійного струму незалежного збудження. На основі математичної побудуємо схему.



ДПС змішаного збудження

$$U_a(p) = R_h \cdot \left(\frac{L_h}{R_h} p + 1 \right) \cdot i_h(p), \quad (4.13)$$

$$i_h(p) = \frac{U R_h}{T_h p + 1} (p) \quad (4.14)$$

$$U_a(t) = E_a(t) + i_a(t) R_{ko} + i_a(t) R_{дп} + i_a(t) L_s \cdot \frac{di_s(t)}{dt} + i_a(t) R_a + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt}, \quad (4.15)$$

$$U_a(p) = E_a(p) + (R_{дп} + R_{ко} + R_a + R_S) i_a(p) + (L_a + L_S) p \cdot i_a(p), \quad (4.16)$$

$$R_\varepsilon = R_{дп} + R_{ко} + R_a + R_S, \quad (4.17)$$

$$L_\varepsilon = L_a + L_S, \quad (4.18)$$

$$i_a(p) = \frac{UR_\varepsilon}{T_{ep}+1} (U_a(p) - E_a(p)) \quad (4.19)$$

$$E_a(t) = \kappa \Phi(t) \cdot \omega(t), \quad (4.20)$$

$$\kappa \Phi(t) = \kappa \Phi_S(t) + \kappa \Phi_H(t), \quad (4.21)$$

$$\kappa \Phi_S(t) = \kappa \Phi_{S^*}(t) + \kappa \Phi_{SH}, \quad (4.22)$$

$$\kappa \Phi_H(t) = \kappa \Phi_H(t) \cdot \kappa \Phi_{hH}, \quad (4.23)$$

$$\kappa \Phi_{SH} = 0.19 \kappa \Phi_H, \quad (4.24)$$

$$\kappa \Phi_{hH} = 0.81 \kappa \Phi_H, \quad (4.25)$$

З виразу (4.16) з номінальним режимом роботи будемо мати:

$$E_H = U_{аН} - R_\varepsilon \cdot I_H, \quad (4.26)$$

З виразу (4.20) при номінальну режимі роботи отримаємо, що

$$\kappa \Phi_*(t) = a + b \cdot i_1^*(t) + c \cdot i_1^{*2}(t) + d \cdot i_1^{*3}(t) + e \cdot i_1^{*4}(t), \quad (4.27)$$

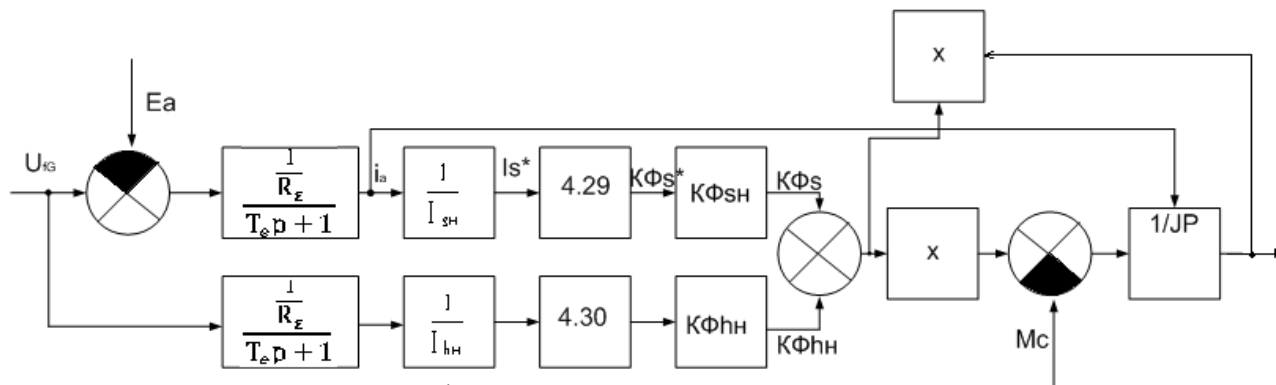
$$\kappa \Phi_{h^*}(t) = a + b \cdot i_h^*(t) + c \cdot i_h^{*2}(t) + d \cdot i_h^{*3}(t) + e \cdot i_h^{*4}(t) \quad (4.28)$$

$$i_s^*(t) = \frac{i_s(t)}{I_{sa}} \quad (4.29)$$

$$i_h^*(t) = \frac{i_h(t)}{I_{hH}} \quad (4.30)$$

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = M_d(t) - M_c(t), \quad (4.31)$$

Система рівняння є математичною моделю ДПС змішаного збудження:



Моделювання асинхронного двигуна в ортогональній системи координат

Складність моделювання

У фазних координатах асинхронного двигуна вирішується шляхом заміни нелінійних змінних (I_A, I_B, I_C) іншими змінними струмами (I_x, I_y, I_0) і лінійно змінними пов'язані.

$$i_x = \varphi_{11}i_a + \varphi_{12}i_b + \varphi_{13}i_c, \quad (5.20)$$

$$i_y = \varphi_{21}i_a + \varphi_{22}i_b + \varphi_{23}i_c, \quad (5.21)$$

$$i_0 = \varphi_{31}i_a + \varphi_{32}i_b + \varphi_{33}i_c, \quad (5.22)$$

Матриця елементів φ для будь-яких значень струмів повинна задовольняти вимоги:

$$\begin{vmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{vmatrix} \neq 0, \quad (5.23)$$

Зручність полягає в тому, що якщо струм I_0 буде дорівнювати

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c), \quad (5.24)$$

У трифазній системі координат для електричних мереж із ізольованою нейтралю $i_0 = 0$. Відбувається перехід від трифазної А,В,С до x,y побудуємо трифазну систему координат в якій буде обертатись вектор струму:

$$I_a = I_m \cdot \cos \delta \quad (5.25)$$

$$I_b = I_m \cdot \cos \left(\delta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (5.26)$$

$$I_c = I_m \cdot \cos \left(\delta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (5.27)$$

$$I_x = I_m \cdot \cos(\delta_k - \delta) \quad (5.28)$$

$$I_y = I_m \cdot \sin(\delta_k - \delta) \quad (5.29)$$

Шляхом складних тригонометричних перетворень отримаємо:

$$I_x = \frac{3}{2} \left[I_m \cos \delta_k + I_m \cos \left(\delta_k - \frac{2\pi}{3} \right) + I_m \cos \left(\delta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (5.30)$$

$$I_y = \frac{3}{2} \left[I_m \sin \delta_k + I_m \sin \left(\delta_k - \frac{2\pi}{3} \right) + I_m \sin \left(\delta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (5.31)$$

Рівняння 5.30 та 5.31 запишемо для кола статора та ротора

$$I_{sx} = \frac{3}{2} \left[I_a \cdot \cos \delta_k + I_b \cdot \cos \left(\delta_k - \frac{2\pi}{3} \right) + I_c \cdot \cos \left(\delta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (5.32)$$

$$I_{sy} = \frac{3}{2} \left[I_a \cdot \sin \delta_k + I_b \cdot \sin \left(\delta_k - \frac{2\pi}{3} \right) + I_c \cdot \sin \left(\delta_k + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (5.33)$$

$$I_{zx} = \frac{3}{2} \left[I_a \cdot \cos(\delta_k - \varphi) + I_b \cdot \cos \left(\delta_k - \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) + I_c \cdot \cos \left(\delta_k - \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (5.34)$$

$$I_{zy} = \frac{3}{2} \left[I_a \cdot \sin(\delta_k - \varphi) + I_b \cdot \sin \left(\delta_k - \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) + I_c \cdot \sin \left(\delta_k - \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (5.35)$$

Рівняння 5.32 – 5.35 називаються формулами переходу від трифазної системи координат А,В,С, до x,y . Запишемо формулу зворотного перетворення від ортогональної до фазної.

$$I_A = I_{sx} \cdot \cos \delta_k - I_{sy} \sin \delta_k \quad (5.36)$$

$$I_B = I_{sx} \cdot \cos \left(\delta_k - \frac{2\pi}{3} \right) - I_{sy} \sin \left(\delta_k - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (5.37)$$

$$I_C = I_{sx} \cdot \cos(\delta_K + \frac{2\pi}{3}) - I_{sy} \sin(\delta_K + \frac{2\pi}{3}) \quad (5.38)$$

$$I_a = I_{zx} \cdot \cos(\delta_K - \varphi) - I_{zy} \sin(\delta_K - \varphi) \quad (5.39)$$

$$I_b = I_{zx} \cdot \cos(\delta_K - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - I_{zy} \sin(\delta_K - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \quad (5.40)$$

$$I_c = I_{zx} \cdot \cos(\delta_K - \varphi + \frac{2\pi}{3}) - I_{zy} \sin(\delta_K - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \quad (5.41)$$

Формули 5.32-5.41 можна представити у вигляді:

$\delta_K = \omega_K \cdot t$ кутова швидкість обертання в ортогональній системі координат відносно фазної.

$$U_A = U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (5.42)$$

$$U_B = U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{3}) \quad (5.43)$$

$$U_C = U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{2\pi}{3}) \quad (5.44)$$

$$U_x = U_m \cdot \cos((\omega_0 - \omega_K)t + \varphi_0) \quad (5.45)$$

$$U_y = U_m \cdot \sin((\omega_0 - \omega_K)t + \varphi_0) \quad (5.46)$$

Враховуючи вирази 5.42-5.46 та рівняння записані для статора та ротора 5.1-5.6 можна отримати модель асинхронного двигуна в ортогональній системі координат :

$$U_x = U_{sx} \cdot R_S + \frac{d\psi_{sx}}{dt} - \psi_{sy} \cdot \omega_K \quad (5.47)$$

$$U_y = U_{sy} \cdot R_S + \frac{d\psi_{sy}}{dt} - \psi_{sx} \cdot \omega_K \quad (5.48)$$

$$0 = I_{zx} \cdot R_S + \frac{d\psi_{zy}}{dt} + \psi_{sy}(\omega_K - \omega_r) \quad (5.49)$$

$$0 = I_{zy} \cdot R_S + \frac{d\psi_{zy}}{dt} - \psi_{zx}(\omega_K - \omega_r) \quad (5.50)$$

$$M = \frac{3}{2} [\psi_{sy} I_{sx} - \psi_{sx} I_{sy}] \quad (5.51)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c \quad (5.52)$$

В рівняннях 5.47-5.52 дають оцінку математичної моделі в ортогональній системі координат відносно осі x, y . На практиці зустрічаються 3- види ортогональних систем, а саме:

- Нерухома відносно статора:

$$U_x = U_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (5.53)$$

$$U_y = U_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (5.54)$$

Таку систему координат використовують при дослідженні симетричних режимів при роботі двигуна і позначають $\alpha, \beta, 0$.

- Нерухома відносно ротора:

$$U_x = U_m \cdot \cos((\omega_0 - \omega_r)t + \varphi_0) \quad (5.55)$$

$$U_y = U_m \cdot \sin((\omega_0 - \omega_r)t + \varphi_0) \quad (5.56)$$

дану систему позначають $d, g, 0$.

- Система x, y є нерухома відносно поля статора:

$$U_x = U_m \cdot \cos\varphi_0 \quad (5.57)$$

$$U_y = U_m \cdot \sin\varphi_0 \quad (5.58)$$

Щоб з ортогональної системи координат тримати модель асинхронного двигуна в якійсь одній із систем координат, необхідно використати вирази напруг для відповідної системи координат і всі індекси x, y замінити на індекси цієї системи координат.

Основні розрахункові співвідношення при моделюванні АД

$$R_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{P_H + P_{\text{мех}}}{I_H \cdot \frac{1 - S_H}{S_H}} \quad (6.1)$$

$$P_{\text{мех}} = (0.05 \div 0.1) P_H \quad (6.2)$$

$$S_H = \frac{\omega_0 - \omega_H}{\omega_0} = \frac{n_0 - n_H}{n_0} \quad (6.3)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{p} \cdot f_H \quad (6.4)$$

$$n_0 = \frac{60}{p} \cdot f_H \quad (6.5)$$

$$f_H = \frac{2\pi}{p} \quad (6.6)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{p} \cdot \frac{n_0 p}{60} = \frac{2\pi}{60} \quad (6.7)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{60} \cdot n = 0.1047 \cdot n \quad (6.8)$$

$$R_S = \frac{4 \cdot \cos(1 - \eta)}{I_H} - C^2 R_2 - \frac{P_{\text{мех}}}{3I_H^2} \quad (6.9)$$

$$U = U_{\text{фн}} = \frac{U_{\text{лн}}}{\sqrt{3}} \quad (6.10)$$

Індуктивність розсіювання статора і ротора буде рівною і визначається за формулою:

$$L_{pr} = L_{ps} = \frac{4}{4\pi f_1 (1 + C^2) k_i I_H} \quad (6.11)$$

k_i -кратність максимального струму

$$k_i = 5 \div 7,5 \quad (6.12)$$

$$L_s = \frac{4}{2\pi f \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} - \frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi f_1 M_k}{p u} \cdot \frac{S_H}{S_k}} \quad (6.13)$$

$$\lambda = \frac{M_k}{M_H} \quad M_k = \lambda \cdot M_H \quad (6.14)$$

$$M_H = \frac{P_H}{\omega_k} = 9550 \frac{P[\text{кВт}]}{n[\text{об/хв}]} \quad (6.15)$$

$$\frac{S_k}{S_H} = \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \quad (6.16)$$

$$S_k = S_H (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) \quad (6.17)$$

$$L_m = L_s - L_{ps} \quad (6.18)$$

$$C_1 = 1 - \frac{L_{ps}}{L_m} \quad (6.19)$$

$$I_{кз} = 8750 \frac{P_H}{N_H} = (0.55 - 0.65) D_2^4 \cdot L_2 \cdot 10^{-2} \quad (6.20)$$

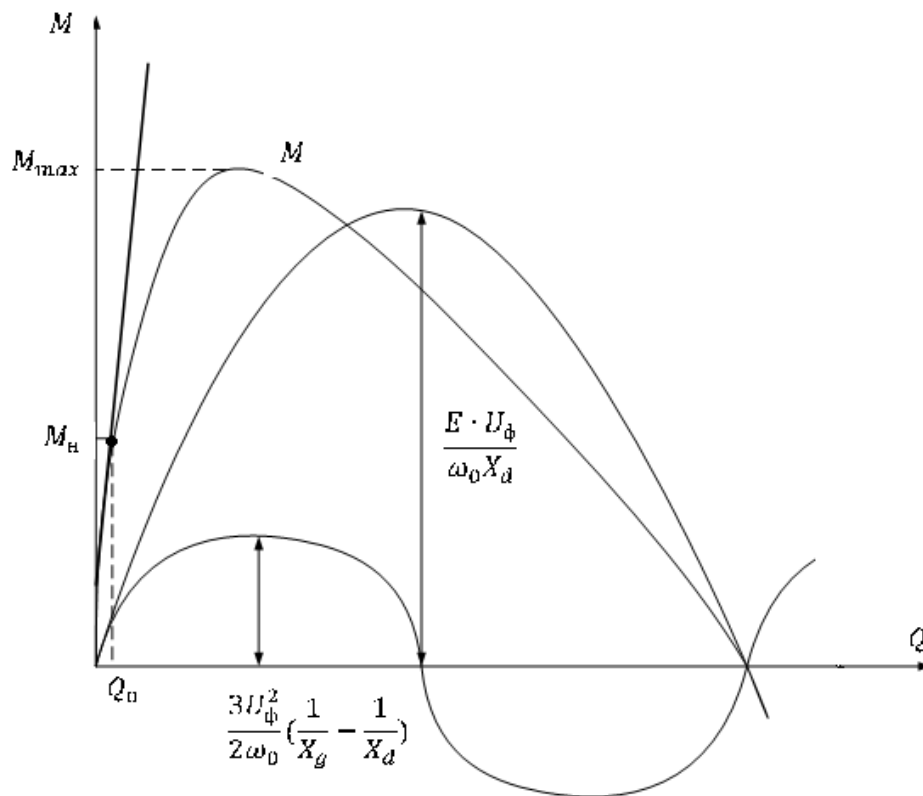
$$I_{ФР} = 1.05 \cdot I_{кз} \quad (6.21)$$

Розрахунок електричних параметрів АД виконується за такою послідовністю за формулою 6.1 знаходимо приведений активний опір кола ротора . За формулою 6.11 приймаємо значення L , та відповідно взявши вираз 6.9 розраховуємо опір статора,а за формулами 6.13, 6.12,6.18 розраховуємо всі індуктивності . Знаходимо нове значення коефіцієнта C відповідно до виразу 6.19 ,якщо нове значення 6.19 віднімається від 6.11 то перебираємо коефіцієнт до тих пір поки $C = C_1$.

Лінійна модель синхронного двигуна

$$M = \frac{E \cdot U_\Phi}{\omega_0 X_d} \sin \theta + \frac{3U_\Phi^2}{2\omega_0} \left(\frac{1}{X_g} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\theta \quad (6.22)$$

6.22-кутова характеристика синхронного двигуна



$$M = \operatorname{tg} \alpha \cdot \theta = \frac{M_H}{Q_H} \cdot \theta = \epsilon \theta \quad (6.23)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \rightarrow d\theta = \omega \cdot dt \quad (6.24)$$

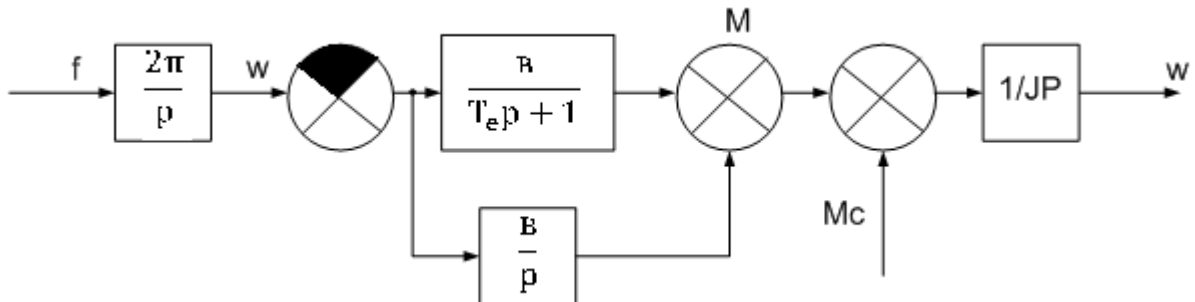
$$\theta = \frac{1}{p} \cdot \Delta\omega = \frac{1}{p} \cdot (\omega_0 - \omega) \quad (6.25)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} d\theta = \int_{t_1}^{t_2} \omega \cdot dt \quad (6.26)$$

$$M = \epsilon \cdot \frac{1}{p} \cdot (\omega_0 - \omega) = \frac{\epsilon}{p} \cdot (\omega_0 - \omega) \quad (6.27)$$

Синхронний двигун можна розглядати на ділянці розгону (коли швидкість двигуна відрізняється від синхронної) та на ділянці усталеної роботи двигуна представляють як поєднання математичних моделей лінеризованого асинхронного і синхронного двигуна.

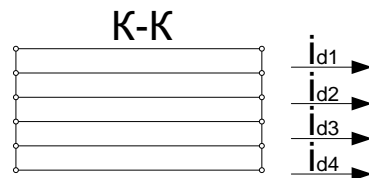
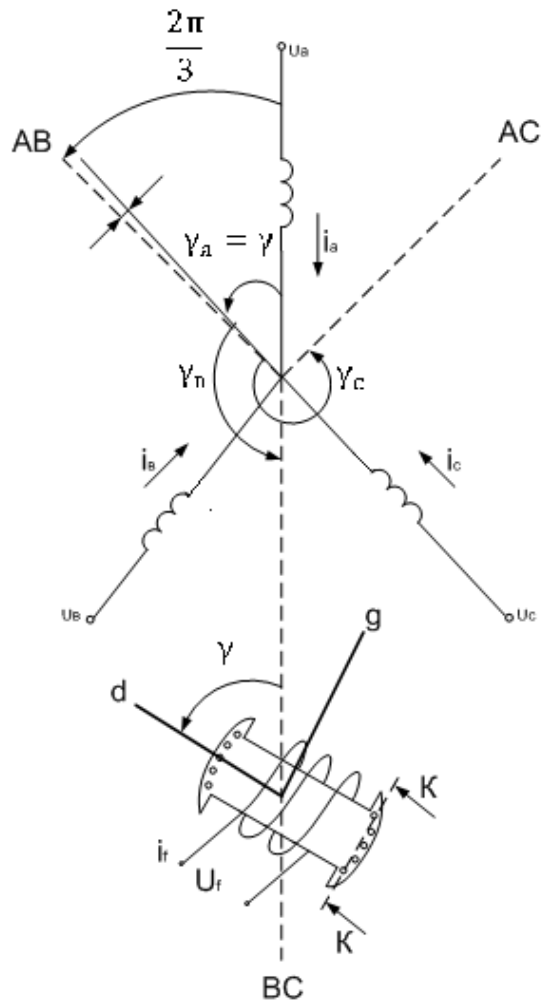
Лінеризована схема СД



Модель асинхронного двигуна і власних координатах

Припущення при моделюванні:

- Магнітне поле в зазорі однорідне і плоско-паралельне;
- Якір однорідний по всій структурі;
- Електричні обмотки поля статора мають однакові електричні параметри (зсунуті одна відносно одної на 120°);
- Струм демпферної обмотки розподілений за синусоїдальним законом;
- Відсутні такі явища ,як гістерезис,відсутність вихрових струмів та перемагнічування.



$$U_A = i_A \cdot R_A + \frac{d\psi_A}{dt}; \quad (6.27)$$

$$U_B = i_B \cdot R_B + \frac{d\psi_B}{dt}; \quad (6.28)$$

$$U_C = i_C \cdot R_C + \frac{d\psi_C}{dt}; \quad (6.29)$$

$$U_f = i_f \cdot R_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (6.30)$$

$$0 = \begin{cases} i_{d1} \cdot R_{d11} + i_{d2} \cdot R_{d12} + \dots + i_{dn} \cdot R_{d1n} + \frac{d\psi_{d1}}{dt} \\ i_{d2} \cdot R_{d21} + i_{d2} \cdot R_{d22} + \dots + i_{dn} \cdot R_{d2n} + \frac{d\psi_{d2}}{dt} \\ i_{d1} \cdot R_{dn1} + i_{d1} \cdot R_{dn2} + \dots + i_{dn} \cdot R_{dnn} + \frac{d\psi_{dn}}{dt} \end{cases} \quad (6.31)$$

$$0 = \begin{cases} i_{g1} \cdot R_{g11} + i_{g2} \cdot R_{g12} + \dots + i_{gn} \cdot R_{g1n} + \frac{d\psi_{g1}}{dt} \\ i_{g2} \cdot R_{g21} + i_{g2} \cdot R_{g22} + \dots + i_{gn} \cdot R_{g2n} + \frac{d\psi_{g2}}{dt} \\ i_{g1} \cdot R_{gn1} + i_{g1} \cdot R_{gn2} + \dots + i_{gn} \cdot R_{gnn} + \frac{d\psi_{gn}}{dt} \end{cases} \quad (6.32)$$

$$\psi_A = L_A \cdot i_A + M_{AB} \cdot i_B + M_{AC} \cdot i_C + M_{AF} \cdot i_F + M_{Aed} \cdot i_{ed} + M_{Acy} \cdot i_{eg}, \quad (6.33)$$

$$\psi_B = L_B \cdot i_B + M_{BA} \cdot i_A + M_{BC} \cdot i_C + M_{BF} \cdot i_F + M_{Bed} \cdot i_{ed} + M_{Beg} \cdot i_{eg}, \quad (6.34)$$

$$\psi_C = L_C \cdot i_C + M_{CA} \cdot i_A + M_{CB} \cdot i_B + M_{CF} \cdot i_F + M_{Ced} \cdot i_{ed} + M_{ceg} \cdot i_{eg}, \quad (6.35)$$

Знайдемо потокоццеплення обмоток збудження:

$$\psi_f = L_f \cdot i_f + M_{fA} \cdot i_A + M_{fB} \cdot i_B + M_{fC} \cdot i_C + M_{fed} \cdot i_{ed} \quad (6.36)$$

$$\psi_{ed} = L_{ed} \cdot i_{ed} + M_{edA} \cdot i_A + M_{edB} \cdot i_B + M_{edC} \cdot i_C + M_{edf} \cdot i_f \quad (6.37)$$

$$\psi_{eg} = L_{eg} \cdot i_{eg} + M_{egA} \cdot i_A + M_{egB} \cdot i_B + M_{egC} \cdot i_C \quad (6.38)$$

Враховуючи те,що якір двигуна є явно полюсним створюється вищі гармоніки у взаємному впливі між статором і якорем по цій причині всі індуктивності , які стосуються трьох фазної системи представлені рядом Фур є з урахуванням того,що вони розподіленні по косинусоїдальному закону:

$$L_A = L_0 + L_M \cos 2\nu_A + L_m \cos 4\nu_A + \dots \quad (6.39)$$

$$L_B = L_0 + L_M \cos 2\nu_B + L_m \cos 4\nu_B + \dots \quad (6.40)$$

$$L_C = L_0 + L_M \cos 2\nu_C + L_m \cos 4\nu_C + \dots \quad (6.41)$$

$$L_A = L_0 + L_M \cos 2\gamma_A + L_m \cos 4\gamma_A + \dots \quad (6.42)$$

$$L_B = L_0 + L_M \cos\left(2\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\right) + L_m \cos\left(4\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\right) + \dots \quad (6.43)$$

$$L_C = L_0 + L_M \cos\left(2\left(\frac{6\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\right) + L_m \cos\left(4\left(\frac{6\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} - \gamma\right)\right) + \dots \quad (6.44)$$

З урахуванням прийнятих припущень точність індуктивності можна представити у такому вигляді:

$$L_A = L_0 + L_M \cos 2\nu \quad (6.45)$$

$$L_B = L_0 + L_M \cos\left(2\nu - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (6.46)$$

$$L_C = L_0 + L_M \cos\left(2\nu + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (6.47)$$

$$M_{AB} = M_0 + M_M \cos 2\nu_{AB} + M_M \cos 4\nu_{AB} + \dots \quad (6.48)$$

$$M_{BC} = M_0 + M_M \cos 2\nu_{BC} + M_M \cos 4\nu_{BC} + \dots \quad (6.49)$$

$$M_{AC} = M_0 + M_M \cos 2\nu_{AC} + M_M \cos 4\nu_{AC} + \dots \quad (6.50)$$

$$\gamma_{AB} = \frac{2\pi}{6} - \gamma \quad (6.51)$$

$$\gamma_{AB} = \frac{2\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} - \gamma = \frac{6\pi}{6} - \gamma = \pi - \gamma \quad (6.52)$$

$$\gamma_{CA} = 2\pi - \frac{2\pi}{6} - \gamma = \frac{10\pi}{6} - \gamma \quad (6.53)$$

$$M_{AB} = M_0 + M_M \cos\left(2\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.54)$$

$$M_{BC} = M_0 + M_M \cos(2\gamma) \quad (6.55)$$

$$M_{AC} = M_0 + M_M \cos\left(2\gamma - \frac{10\pi}{3}\right) \quad (6.56)$$

$$M_{Af} = M_{Afm} \cos \gamma \quad (6.57)$$

$$M_{Bf} = M_{Bfm} \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.58)$$

$$M_{Cf} = M_{Cfm} \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.59)$$

$$M_{Afm} = M_{Bfm} = M_{Cfm} = M_f \quad (6.60)$$

$$M_{Aed} = M_{Aedm} \cdot \cos \gamma \quad (6.61)$$

$$M_{Bed} = M_{Bedm} \cdot \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.62)$$

$$M_{Ced} = M_{Cedm} \cdot \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.63)$$

$$M_{Aedm} = M_{Bedm} = M_{Cedm} = M_d \quad (6.64)$$

$$M_{Aeg} = M_{Aegm} \cdot \cos\left(\gamma + \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.65)$$

$$M_{Bed} = M_{Begm} \cdot \cos\left(\gamma + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.66)$$

$$M_{Ced} = M_{Cegm} \cdot \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (6.67)$$

$$M_{Aegm} = M_{Begm} = M_{Cegm} = M_g \quad (6.68)$$

$$L_0 = \frac{x_d + x_g + 2x_c}{2p\omega f} \cdot z_6 \quad (6.69)$$

$$L_0 = M_k \frac{x_d + x_g}{2p\omega} \cdot z_6 \quad (6.70)$$

$$M_0 = 2L_0, \quad L_f = R_f \cdot T_{d_0}, \quad M_f = \frac{\sqrt{2} U_m}{i_f \cdot \omega_6},$$

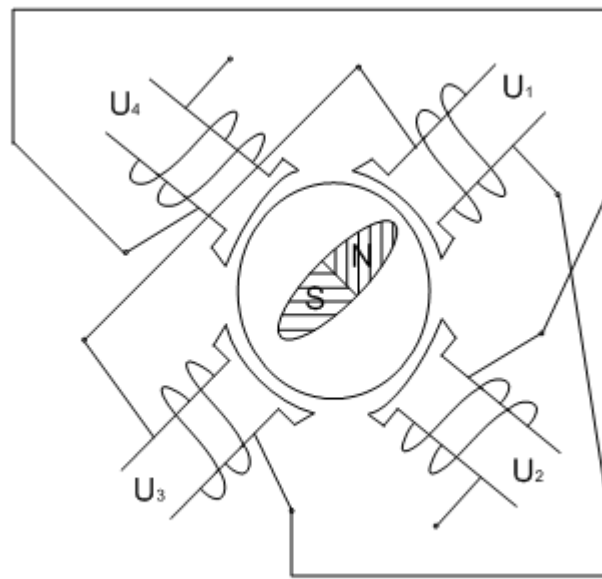
$$L_{ed} = 0,1 \left(\frac{L_0 + L_m}{2} \right)$$

$$L_{eg} = 0,05 \left(\frac{L_0 + L_m}{2} \right)$$

$$R_{ed} = 0,051$$

$$R_{eg} = 0,021$$

Математичне моделювання крокуючого двигуна



Принцип роботи крокуючого двигуна полягає в тому, що рух вала відбувається за допомогою зміни полярності полюсів, які одно на направленні один одному .

Побудуємо систему керування кроковим двигуном , який живиться від некерованого випрямляча (трансформатора).

НКВ - некерований випрямляч ;

TV- трансформатор;

Св- ємність фільтра;

Rd, Ld- активний опір та індуктивність обмотки збудження двигуна;

Часто для представлення імпульсного характеру величин використовуються метод перемикаючих позицій, який полягає у тому, що аналогову величину множать на дискретну функцію в результаті чого отримують дискретну зміну постійної величини. Якщо VT1 та VT2 включені, то $F_{11} = 1$, в протилежному випадку дорівнює 0.